

Nyt fra NAVIMAT – de første fire måneder.

NAVIMAT, det nye nationale videntcenter for matematikdidaktik, har allerede fire måneder på baggen. Hjemmesideadressen www.NAVIMAT.dk vil snarest komme til at fungere¹.

Baggrund for etableringen af NAVIMAT

Videntcenteret blev etableret pr. 1. Januar 2008 på en treårig bevilling fra Undervisningsministeriet. NAVIMAT er det fjerde og sidste af de fire nationale videntcentre, som er blevet etableret i kølvandet på regeringens rapport: *Fremgang, Fornylse og Tryghed* fra marts 2006¹. De øvrige er de nationale videntcentre for inklusion og eksklusion, for læsning og for anvendt naturfagsdidaktik. De nationale videntcentre blev etableret på anbefaling fra tre ekspertudvalg nedsat af undervisningsministeren i efteråret 2005. Mogens Niss var formand for det faglige udvalg i matematik, som udarbejdede rapporten *Fremtidens matematik i folkeskolen*². Bevillingen til etablering af NAVIMAT blev givet på baggrund af en ansøgning, hvis kerne bestod af 16 udviklingsprojekter, igangværende eller planlagte, formuleret af undervisere på læreruddannelserne. Alle de daværende pædagogiske CVU'er stod bag ansøgningen, og der var indgået samarbejdsaftaler med Aalborg Universitet, Københavns Universitet, Roskilde Universitet og Danmarks Pædagogiske Universitetsskole, Århus Universitet.

Formål

Centrets aktiviteter har en bred målgruppe: visionen er, at NAVIMAT skal være et nationalt resursecenter for systematisk udvikling og anvendelse af matematikdidaktik. Det overordnede mål for NAVIMAT er at medvirke til at kvalificere dansk matematikundervisning i børnehave, folkeskole, ungdomsuddannelse og voksenundervisning samt på læreruddannelserne. Der knyttes skolebaseret forsknings- og udviklingsarbejde til centrets virksomhed, og alle anbefalinger og initiativer fra centret baseres på viden fra afprøvning i praksis. NAVIMAT har altså til opgave at udvikle, støtte og formidle initiativer, der øger kvalitet, interesse og kompetence i arbejdet med mate-

matikundervisning og -læring i hele uddannelsessystemet. Fortsættes s.2

Nyhed: Nordisk paraplyorganisation

Så blev den nye organisation etableret under navnet *Nordic Society for Research in Mathematics Education* (NORME). Det skete en aften under NORMA 08 i København. Foreningens formål er at støtte videreudvikling af kvaliteten i nordisk og baltisk matematikdidaktisk forskning, især via samarbejde. Det er en vigtigt opgave at initiere og støtte ansøgninger om bevillinger til fælles nordiske aktiviteter, f.eks. af den type som den Nordiske Forskerskole i Matematikkens Didaktik har ansvaret for indtil udgangen af 2008. Det er en kerneopgave at sikre fortsættelse af tidsskriftet *Nordic Studies in Mathematics Education* (NOMAD) og *Nordic Conference on Mathematics Education Research* (NORMA). Formændene for de nationale matematikdidaktiske foreninger plus chefredaktøren for NOMAD er medlemmer af det øverste besluttede organ kaldet "General Assembly". Det betyder at Lisser Rye Ejersbo sidder her fra Danmark. På det konstituerende møde blev der valgt en styrelse til at tage sig af det løbende arbejde. Styrelsen har medlemmer fra hver af de nordiske lande: Frode Rønning (formand, Norge), Tine Wedege (Danmark), Markku Hannula (Finland), Christer Bergsten (Sverige), Morten Blomhøj (som chefredaktør for NOMAD) og to suppleanter Madis Lepik (De Baltiske lande) og Gudny Helga Gunnarsdottir (Island). I nyhedsbrevet kan medlemmerne i fremtiden læse mere om foreningen og dens aktiviteter, ligesom I vil modtage information via email-listen.

indhold	ICMI priser 2007	side	3
	En bro mellem forskning og skole	side	4
	Beretning fra NORMA 08	side	6
	Artikel af Michael Wahl Andersen	side	7

Forum for Matematikkens Didaktik er et dansk selskab for matematikkens didaktik, åbent for enhver med interesse inden for feltet. Medlem bliver man via kassereren Jørgen Dejgaard, Joergen.Dejgaard@skolekom.dk

Kontingentet er 200 kr. (100 kr. for studerende og pensionister).

I ansøgningen til ministeriet er NAVIMATs opgave blandt andet beskrevet sådan:

Gennem samspil mellem udviklingsviden, forskningsviden og praksisviden, skal NAVIMAT producere, organisere, vurdere og formidle matematikdidaktisk viden samt opfange nye indsats-, problem- og vækstområder. Opgaverne løses i nært samarbejde med universitetsmiljøerne i Aalborg, Aarhus, Roskilde og København.



NAVIMAT arbejder for at

- udvikle dansk matematikundervisning gennem forskningssamarbejde og udviklingsarbejde
- styrke matematiklæreres professionelle udvikling og status, herunder de fagdidaktiske miljøer på skoler og uddannelser
- udvikle læringsmiljøer, der bidrager til en alsidig matematikundervisning, som støtter elever opbygning af matematikkompetencer
- udvikle evaluering og evalueringsformer i praksis
- medvirke ved udvikling, vurdering og implementering af nationale læseplaner i samspil med praksis.
- udvikle kritisk analyse af bøger og materialer til matematikundervisning
- støtte udviklingen af matematikundervisning for elever med særlige muligheder og behov.
- bidrage til dialog og udvikling af viden om overgange mellem forskellige trin i uddannelsessystemet
- formulere strategier og varetage policyrådgivning for området.

Status

De fire måneder er gået stærkt! De vigtigste af centrets aktiviteter har været inden for følgende områder:

Regionale centerledere: Vi har nu to regionale centerledere, nemlig Kaj Østergaard, der er lektor på læreruddannelsen i VIA (tidligere Århus Dag- og Aften Seminarium) er centerleder for region Nord, og Bent Lindhardt, som er lektor på læreruddannelsen i University College Sjælland (tidligere Holbæk Seminarium) er centerleder for region Øst. De regionale centerledere arbejder halvtids for NAVIMAT og varetager kontakten med underviserne på de enkelte læreruddannelsessteder i forbindelse med udviklingsprojekter, lokale fagmøder og samarbejder. Desuden koordinerer de og deltager i fælles aktiviteter på nationalt plan.

Projektforum: Ud af de 16 projekter, som bar ansøgningen om NAVIMAT igennem, er der givet grønt lys i form af medfinansiering fra UC'erne til 14 projekter.

NAVIMAT udviklingsprojekterne udfoldes inden for følgende seks indsatsområder:

- Professionsbacheloruddannelse af lærere, med udvikling af nye undervisningsmaterialer
- Efter/videreuddannelse af lærere
- Kompetenceudvikling af professionshøj- skolemedarbejdere på læreruddannelserne
- Udvikling af folkeskolens undervisning i matematik, samt børns matematiske udvikling i dagtilbud,
- Partnerskaber med aftagere samt rådgivning af myndigheder
- Internationalt samarbejde.

NAVIMAT projekterne er organiseret i Projektforum, som ledes og koordineres af H. C. Hansen. Projektforum skal danne ramme om erfaringsudveksling og sparring mellem projektdeltagerne og et team af universitetsforskere. Det kommer til at ske på heldagsmøder fire – fem gange om året, første gang 19. Maj i Odense. Centerledelsen og Projektforum kommer i samarbejde til at fungere som en form for proceskonsulenter for de 14 udviklingsprojekter. Vi står blandt andet for kvalitetssikring og evaluering af projekterne. NAVIMAT skal udbrede resultater, erfaringer og eventuelle produkter.

Denne unikke situation, hvor 14 projekter starter samtidig i en sådan organisering, kommer til at tjene som 'case study' i et følgeforsknings projekt, i samarbejde med Danmarks Pædagogiske Universitetsskole. Formålet med DPU – NAVIMAT forskningsprojektet er at etablere/videreudvikle en teoriramme for denne specielle form for videns-

produktion. Målet er at udvikle en model, som kan bruges lokalt - for eksempel på læreruddannelserne i en region, hvor et antal udviklingsprojekter igangsættes sammen eller samtidigt.

Samarbejde med DASG: Danske Science Gymnasier (DASG) og NAVIMAT samarbejder de næste to år om et gymnasium-udviklingsprojekt om matematik i flerfaglige sammenhænge. Der skal udvikles og afprøves forløb, som kan være eksempler på 'best practice' i flerfaglige forløb, der involverer matematik og et fag fra hvert af de tre fakulteter naturvidenskab, humaniora og samfundsfag. Pilotprojektet starter til august, og i det efterfølgende skoleår tænkes projektet udbudt til alle DASG skolerne.

Vejledermøder: Gentofte og Rudersdal kommuner gennemfører uddannelse af matematik- og engelsk vejledere i det kommende skoleår, derefter følger de øvrige skolefag. Uddannelsen består af to PD moduler, og udvikles, afvikles og evalueres som et NAVIMAT projekt.

Ph.d. Stipendier: NAVIMAT er med til at udbyde et ph.d. stipendium, Innovativ matematiklæring i læreruddannelsen og i professionalisering af matematiklærere, i samarbejde med Aalborg Universitet. NAVIMAT, Aalborg Universitet og Forskningsstyrelsen bidrager med hver en tredjedel. Paola Valero bliver hoved- og undertegnede bi-vejleder.

Forskning: Centerlederen forudsættes selv at være aktiv forsker, herunder at initiere nye projekter som også involverer andre fra NAVIMAT aktiviteternes målgruppe. Senest har undertegnede deltaget i 5th Colloquium on Didactics of Mathematics på Kreta 17.-19. April - med præsentation af et paper om matematik og refleksion - og desuden deltaget i NoGSME (Nordic Graduate School in Mathematics Education) workshoppen om brug af IT i matematikundervisningen på NORMA 08, som indleder og chair for en arbejdsgruppe.

Venlig hilsen Mette Andresen

1) Indtil hjemmesiden er etableret, kan man læse om os på

<http://ucc.dk/videncentre/navimat/Pages/matematikdidaktik.aspx>

2) Se

www.globalisering.dk/multimedia/Globaliseringsstrategi_pixi.pdf oplæg til brug på møde i Globaliseringsrådet. (lokaliseret 7. maj 2008)

3) *Fremtidens matematik i folkeskolen - Rapport fra Udvalget til forberedelse af en handlingsplan for matematik i folkeskolen 2006*

www.uvm.dk/06/documents/mat.pdf (lokaliseret 7. maj 2008) – Se også Lisser Rye Ejersbo sammendrag i *Forums for Matematikkens Didaktik* 10(2), 4-7 (red.).

ICMI Priser:

Felix Klein og Hans Freudenthal Medaljer i 2007

Jeremy Kilpatrick, professor ved University of Georgia, USA, er blevet tildelt Felix Klein medaljen 2007, som anerkendelse for hans vedholdende og fremragende livslange præstation i matematikdidaktisk forskning og udvikling gennem mere end fyrré år.

Anna Sfard, professor ved University of Haifa, Israel, og University of London, England, er blevet tildelt Hans Freudenthal medaljen 2007, som anerkendelse for hendes betydningsfulde og videnskabeligt dybe engagement i et langvarigt forskningsprogram om "objectification" og diskurs i matematikundervisningen, som har haft stor betydning i matematikdidaktisk forskning og konkret for et stort antal unge forskere.

De to medaljer er priser som tildeles af International Commission on Mathematical Instruc-

tion (ICMI) som anerkendelse for fremragende præstationer i matematikdidaktisk forskning.

Felix Klein Medaljen er opkaldt efter ICMI's første præsident (1908-1920), og den hædrer en livslang præstation. Hans Freudenthal Medaljen, opkaldt efter den 8. præsident for ICMI (1967-1970), anerkender et stort kumulativt forskningsprogram. Priserne repræsenterer dommen af en anonym jury bestående af internationalt anerkendte forskere ledet af professor Michèle Artigue.

Det er tredje gang ICMI uddeler de to priser. Første gang – i 2003 – blev Felix Klein Medaljen givet til Guy Brousseau, mens Freudenthal Medaljen blev givet til Celia Hoyles. Anden gang – i 2005 – modtog Ubiratan D'Ambrosio Klein medaljen og Paul Cobb Freudenthal medaljen. På ICMI 11 i Mexico, juli 2008, vil de fire prisvindere i 2005 og 2007 blive præsenteret.

En bro mellem forskning og skole for voksnes matematiklæring: et fælles nordisk projekt

Projektgruppen ved Johan Forsell og Knud Sjøgaard

I efteråret 2007 påbegyndtes et Nordplus Voksen-projekt¹ med Åsö Vuxengymnasium, Stockholm som initiativtager og projektkoordinator. Projektet, som bærer navnet CORMEA (CONNECTING Researchers and Mathematics Education for Adults), skal bygge bro over kløften mellem lærere i matematik og forskere i matematikkens didaktik med fokus på voksnes læring. Målet er at skabe mødesteder for lærere og forskere. Projektet afsluttes juli 2008, men gruppens klare hensigt er at generere et nyt projekt baseret på de indhøstede erfaringer.

Nordisk samarbejde

Projektet er fælles nordisk med deltagende organisationer fra Danmark, Norge og Sverige². Et bredt felt af erfaringer er repræsenteret. De fleste arbejder med voksenuddannelse, mens andre er forskningsorienterede eller arbejder på nationalt plan med udvikling og koordinering af uddannelser. Fælles for alle deltagere er en speciel interesse for matematikundervisning for voksne, men det udelukker ikke på nogen måde erfaringer fra andre uddannelsesområder i matematik. Al erfaring med kontakter mellem forskere og lærere inden for matematikuddannelsesområdet har projektets interesse.



Nogle af projektdeltagerne ved det første træf på DPU i København.

Behovet for dialog mellem forskere og lærere

Projektets deltagere er overbeviste om at der er behov for flere og mere aktive mødesteder/dialoger mellem matematiklærere og didaktikforskere. En artikel i *Skolvärlden* 29(8) 2007 under rubrikken "Kan lärare och forskare gå varandra till mötes?" fokuserer på samme tema:

Om lärare hade bättre koll på forskning, skulle det inte vara så många frärlingslärare i skolan. Broarna mellan forskare och lärare behöver bli fler.

Lärare som inte har tid att läsa forskningsrapporter. Forskare som inte forskar om sådant som intresserar lärare. Ibland framställs forskarna och lärarna som två läger. Kanske tjänar den bilden ingenting till. Men sant är att det bedrivs en massa forskning som inte når lärarna...

Alle som arbejder med matematikundervisning for voksne ved, hvor kompleks og dynamisk læreprocessen er, og at ingen metode alene løser alle knuder. En mere omfattende dialog mellem lærere og forskere ville kunne bidrage med at belyse disse komplicerede processer på en frugtbar måde. Deltagerne i projektet er overbeviste om, at flere broer mellem lærere og forskere vil være en berigelse for begge parter.

Gode matematikkundskaber er vigtige for at kunne fungere godt i arbejdslivet. Mange voksne forfatter, at deres matematikkundskaber er mangelfulde og møder undertiden store vanskeligheder, når de begynder med matematikstudier i voksenuddannelsen. Det er en udfordring for arrangører af voksenuddannelse at møde den studerende på rette niveau og på alle måder at bidrage til et succesfuldt resultat. Dette forudsætter, at lærerne gives muligheder for at udvikle og uddybe deres kompetencer. Et grundlag for en sådan uddybning kan blandt andet være en mere aktiv dialog mellem forskere og de, som praktiserer voksenuddannelse. Den matematikdidaktiske forskning i Norden er under kraftig udvikling, men dialogen mellem forskere og lærere opleves at være begrænset.

Kortlægnings- og kontaktpjekt.

Projektet har til formål at kortlægge allerede etablerede kontakter mellem matematiklærere og forskere og forskningsresultater samt at belyse behov

og udviklingsmuligheder i forbindelse med disse kontakter. Hvordan formidles de didaktiske forskningsresultater, og hvordan bliver de til gavn for den studerende? Hvordan kan lærere, som møder matematikundervisningens komplekse (og stimulerende) daglige problemer, gives mulighed for at udpege interessante og nødvendige forskningsområder? Forhåbentligt kan projektdeltagerne skitsere modeller for, hvordan fremtidige mødesteder kan se ud samt generere et udviklingsprojekt med fokus på disse spørgsmål.

I alle tre deltagende lande Danmark, Norge og Sverige gælder, at matematiklærere som regel har et stort behov for kompetenceudviklende aktiviteter. Sådanne eksisterer og handler ofte om, at lærere deler ud af deres erfaringer, eller at et forlag eller en virksomhed informerer om sine bøger og produkter. Vi mener at lærernes efteruddannelse i for ringe omfang handler om kommunikationen mellem lærere og forskere. Det burde være et nøgleområde for udvikling, hvis matematikundervisningen for voksne skal forbedres.

Første træf mellem projektdeltagerne var i København på Danmarks Pædagogiske Universitetsskole (DPU) i slutningen af august 2007. Her blev retningslinierne for det etårige projekt tegnet.

Websted og spørgeskema

For at kunne gennemføre kortlægningen og for at så mange som muligt kan følge med og deltage aktivt, har projektet sit websted www.cormea.org. Her findes bl.a. artikler og referencer om voksnes matematiklæring, yderligere information om projektet og aktivitetskalender.

Et andet nøgleværktøj i kortlægningen er et spørgeskema. Via det forsøger projektet at nå ud til så mange interessenter som muligt. Spørgeskemaet kortlægger kontaktfladen mellem forskere og lærere i voksenuddannelsen. Hvad er erfaringerne, og hvad er behovene? Spørgeskemaet, som henvender sig både til forskere og lærere, kan besvares online på hjemmesiden. Samme sted vil det samlede resultat af undersøgelsen kunne læses.

Gennemførte og kommende aktiviteter

Projektet blev præsenteret på MADIF 6 (6. matematikdidaktiske forskningsseminar i Svensk förening för Matematikdidaktisk Forskning) og ved to seminarer på Matematikbiennalen – begge i Stockholm først i 2008. I et af seminarerne inviterede projektgruppen til diskussion om dialogen mellem forskere og lærere under temaet "Ut med didaktiken!". Det gav udbytterige diskussioner og nye kontakter. Udover at præsentrere CORMEA projektet på konferencer og i relevante medier og tids-

skrifter vil vi etableret direkte kontakt med interesserede lærere og forskere.

Indbydelse til seminar i Oslo

Som et vigtigt led i at nå projektets målsætning afholder vi et seminar i Oslo den 5. juni 2008. Indbudte nordiske forskere/udviklingspersoner afholder workshops for matematiklærere. Vi håber, at disse workshops vil føre til, at en række oplagte forskningsområder kan specificeres og dermed danne grundlag for at videreføre CORMEA som et udviklingsprojekt. Vi satser endvidere på at få nye kontakter og personer, som vil hjælpe med til at sprede erfaringerne, eller som vil være aktører i det kommende udviklingsprojekt. Vi håber, at netop du har mulighed for at komme til Oslo. Seminaret finder sted på

Vox, Olaf Helsets vei 5b, Oslo

torsdag, den 5. Juni 10.00 – 15.30

Tilmelding senest 15. maj på

www.vox.no/cormea0506

Deltagelse er gratis.

Projektdeltagerne ser frem til en spændende afslutning for projektet med mange nye kontakter. Vi håber på, at mange interesserede (udbydere af voksenundervisning, lærere, skoleledere og forskere) vil deltage og aktivt bidrage til kortlægningen og til at udvikle den så nødvendige dialog.

1) Nordplus Voksen er Nordisk Ministerråds mobilitets- og netværksprogram for voksnes læring.. Programmets formål er at udvikle alle former for voksnes læring og administreres af CIRIUS (Center for Information og Rådgivning om Internationale Uddannelses- og Samarbejdsaktiviteter) www.ciriusonline.dk

2) Deltagende organisationer og personer i CORMEAs projektgruppe:

Åsö vuxengymnasium, Stockholm (Projektkoordinator) Hans Melén, Niklas Bremler, Mikael Gehlin CFL – Centrum för flexibelt lärande, Söderhamns kommun, Håkan Helmersson

DPU Danmarks Pædagogiske Universitetsskole, Århus universitet, København, Lena Lindenskov Vox - Nasjonalt senter for læring i arbeidslivet, Oslo, Svein Kvalø

VUC – Uddannelse for unge og voksne, København, Søren Mielche

VUC – Uddannelse for unge og voksne, Thy-Mors, Knud Sjøgaard, Per Bengtsson

Vux, Vuxenutbildningen i Skellefteå, Johan Forssell

Vuxenutbildningen i Nordanstig, Sven Qviberg Vuxenutbildningen i Östhammar, Hans Lagenius

Indtryk fra Norma 08

af Morten Misfeldt

Den nordiske konference for matematikdidaktik – NORMA – er nu vel overstået. Konferencen efterlod et indtryk af et stærkt nordisk forskningsmiljø, der er meget internationalt orienteret. Konferencen løb over fem dage og programmet indeholdt fire plenarforedrag, 28 full papers, 22 korte oplæg og syv temagrupper. Nedenfor gives et kort subjektivt indtryk af konferencens faglige indhold.

Fire temaer – fire stjerner

Hvert af konferencens fire temaer blev sparket i gang af et plenar foredrag ved en international kapacitet inden for feltet. Den første på banen var Jeppe Skott, der under temaet ”Education and Identity of Mathematics Teachers” gav sit bud på en state of the art inden for læreruddannelse. Det er altid interessant at høre, hvad Jeppe har at sige og denne gang bed jeg særligt mærke i begrebet om ”teoretiske løkker” i matematikkens didaktik. Kort fortalt er Jeppe pointe, at læreruddannelsen er en central aktør for koblingen mellem teori og praksis. Det er nemlig hovedsageligt igennem læreruddannelsen, at den viden der opnås ved forskning i matematikkens didaktik har en chance for (godt nok på længere sigt) at forandre matematikundervisning i skolen.

Eva Jablonka satte under temaet ”Mathematics for All: why?, what?, when?” gang i debatten om hvorvidt matematik for alle er et mål i sig selv.

Paul Drives gav et overblik over, hvordan man i forskellige europæiske lande forholder sig til at inddrage IT i eksamenssituationer. Drives pointe var at IT reelt forandrer, hvordan matematikopgaver løses. Opgavestillere kan vælge at se IT som en et problem eller en mulighed, men der kommer ikke noget fornuftigt ud af at ignorere IT i forhold til evaluering. Det overordnede tema var ”Technology in Mathematics Education”.

Under temaet ”Didactical Design in Mathematics Education” fortalte Michelle Artigue om de franske erfaringer fra 1980erne og

90erne med ”didaktisk ingeniør arbejde”. Hun viste nogen klare paralleller til det, der de sidste fem års tid er vokset frem under betegnelsen ”design (based) research”, og ”didaktisk design”. Erfaringerne fra didaktisk ingeniørarbejde er at der kan komme fin forskning ud af det, men at ideen om at udvikle didaktiske forløb og så distribuere dem vidt og bredt løber ind i problemer, fordi de enkelte lærere, klasser og i særdeleshed det der sker i relationen imellem lærer og klasser, er så forskelligt. Det er måske værd at skrive sig bag øret, hvis man arbejder med didaktisk design.

Norge helt fremme

Konferencen havde deltagere fra Sverige, Danmark, Finland, Island, Estland, Sydafrika, Spanien, Frankrig, Norge og sikkert et par lande til. En meget stor del af de indsendte bidrag kom dog fra Norge, langt flere end fra Danmark. Det var spændende at høre om det store projekt ”Learning Communities in Mathematics” ved universitet i Agter. Men der blev også fremlagt flere igangværende og afsluttede phd. projekter. Jeg bed mærke i tre fremlæggelser; Heidi Måsøval (om geometri), Kjersti Wænge (om motivation) og Mary Billington (om IT).

Disciplinens viden meget kontekstualiseret

Den afsluttende paneldebat satte blandt andet fokus på, at den viden vi har om matematikkens didaktik er meget afhængig af både de konkrete kontekster, hvor denne viden er indsamlet og de teorier og metoder som anvendes. Det er en vanskelig og tilbagevendende udfordring for vores disciplin at den ikke akkumulerer viden i den udstrækning, som man kunne ønske sig. Der er ingen entydige svar på problematikken, men en af de ting som blev foreslået i debatten var at arbejde med en slags ”mellemkategorier”, der ikke er præcise videnskabelige kategorier, men alligevel støtter forskere i matematikkens didaktik i at kommunikere forholdsvist præcist med hinanden.

Der skal billeder på matematikken

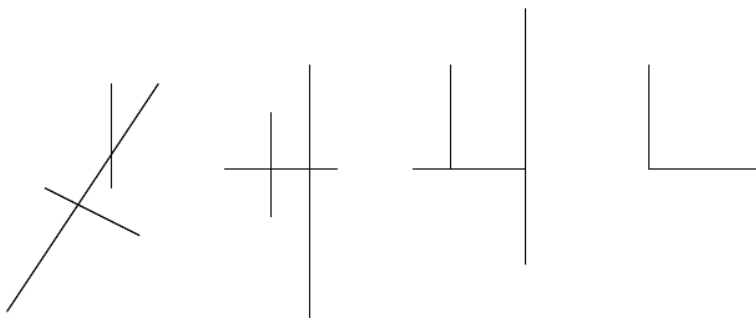
Af Michael Wahl Andersen, Professionshøjskolen København, oplægsholder ved FMD's konference i Nyborg, 2008. Artiklen er forkortet af Lisser Rye Ejersbo

Det siges ofte, at tænkning består af meget andet end blot billeder, at den også består af ord og ikke-billedlige abstrakte tegn. Ingen vil naturligvis benægte, at tænkning omfatter ord og arbitrære tegn. Men denne påstand overser den kendsgerning, at både ord og arbitrære tegn bygge på topografisk organiserede repræsentationer og kan blive til billeder. De fleste af de ord, vi anvender i vores indre tale, før vi taler eller skriver en sætning, eksisterer som auditive eller visuelle billeder i vores bevidsthed. Hvis de ikke blev til om end aldrig så flygtige billeder, ville de ikke være noget vi kunne vide. (Antonio F. Damasio, Descartes' fejltagelse, 2001)

En kollega fortalte en historie om sin 3 årige datter og hvordan hun talte. Hun talte alt muligt, og hun var god til at tælle. Men han havde lagt mærke til, at hun konsekvent talte en, to, fire, fem. Hun sprang altid tre over. Da faderen spurgte om, hvorfor tre ikke skulle med, når hun talte, svarede hun promte, at hun skam godt vidste, hvad et tre/æ var for noget. Det stod ude på græsplænen og havde ikke noget med at tælle at gøre.

At tænke er at skabe billeder

Damasio (2001) argumenterer for, at billeder sandsynligvis er hovedindholdet i vores tanker, uanset hvilken sansemodalitet de er genereret i. Hans udgangspunkt er, at de fleste af de ord vi anvender, eksisterer som auditive eller visuelle billeder i vores bevidsthed. I denne artikel vil der blive sat fokus på visuelle billeder.



Figur 1: Fra tre streger til et firetal. Det er ikke stregerne i sig selv, der giver firetallet, men det er stregernes topografiske sammensætning, der udgør tegnet og dermed meningen. Det er med andre ord det visuelle billede, der giver mening.

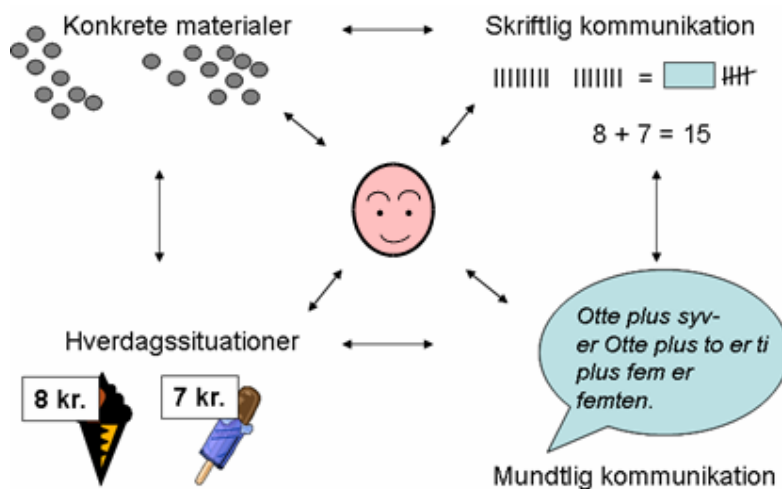
Både ord og arbitrære matematiske symboler eksisterer også som billeder. Fx er tre streger ikke nødvendigvis det samme som et firetal. Man kan komme symbolet lidt nærmere, når man ved at to af linjerne er parallelle, og at den tredje linje er vinkelret på de to linjer, men også denne forklaring åbner for meget vide fortolkninger. Stregerne skal være topografisk ordnet på en helt bestemt måde, før det kan fremstå som det, vi kulturelt har bestemt at et firetal kan se ud. Hvis ikke disse streger samles i et billede, ville det ikke være noget vi kunne vide, skriver Damasio (2001).

Hvis man ikke er i stand til at forestille sig matematiske symboler som fx tal, brøker, grafer, funktioner, ligninger, m.m. ville man ikke kende dem og ikke være i stand til at håndtere dem bevidst, skriver Damasio (ibid.).

Relationer mellem repræsentationer

For at kunne tilegne sig kompetence i matematik skal eleverne have mulighed for at opbygge relationer mellem forskellige repræsentationsformer (Eriksen, 2000). Eriksen argumenterer for at det ikke er repræsentationsformerne i sig selv, der er i fokus men snarere relationerne mellem forskelli-

ge repræsentationsformer, der gør det muligt for eleverne at danne robuste begreber i matematik. Det er med andre ord fx ikke nok kun at arbejde med konkrete materialer. Det konkrete udgangspunkt kan være fint, men det er vigtigt at være opmærksom på at konkrete materialer har sin tid. Arbejdet med de forskellige matematiske repræsentationsformer skal resultere i fx mentale billeder, hvis det skal blive muligt at tænke matematik. Emanuelssons model (1995) kan læses sådan, at det er variationen i repræsentationsformerne, der internaliseres og muliggør dannelsen af mentale billeder, der lagres som begreber.



Figur 2: Transformationer mellem forskellige repræsentationsformer. Bearbejdning efter Emanuelsson (1995)

Matematiklæring er en proces, hvor målet er indsigt i symbolske strukturer og relationer. Denne indsigt skabes dog ikke ved blot og bar træning af matematiske symboler. Man skal kunne sætte ord på matematik, knytte matematikken til hverdagssituation, knytte matematikken til konkrete repræsentationer samt generalisere matematikken gennem skriftlige symboler. Disse forskellige forestillinger om matematik, gør det muligt at skabe konkrete og mentale billeder på matematikken, der i sidste ende muliggør matematisk tænkning. Hvordan de forskellige repræsentationer kommer i spil beror på elevernes forudsætninger, begrebernes beskaffenhed og konteksten.

Nyere forskning (Sternér og Lundberg, 2002) understreger vigtigheden af, at eleverne får mulighed for at tilegne sig forskellige repræsentationer som led i deres matematiklæring. Repræsentationerne fungerer som medierende led fra det konkrete arbejde med matematik til dannelsen af abstrakte matematiske begreber. Det er gennem tilknytningen af forskellige repræsentationer til de matematiske begreber, at det for eksempel bliver muligt at håndtere problemer i matematik.

Sproget – det indre som det ydre – er væsentlige elementer i trianguleringen af erfaringer, repræsentationer og begreber ved tilegnelsen af funktionelle matematiske kompetencer.

Sprogets betydning for at kunne skabe sig billeder

Der er mange forskellige intentioner på spil i matematikundervisningen, en af disse er at udvikle elevernes forståelse af begreber og deres billeder. Et billede er noget, der kan træde i stedet for eller understøtte en situation eller et begreb. Man lader noget, der ikke umiddelbart er synligt, blive nærværende ved hjælp af billeder.

En *billede* er den samlede gruppe af repræsentationer, der er relateret til en situation eller et begreb. Sproget giver eleven mulighed for at beskæftige sig med genstande og begreber, der ikke perceptuelt er til stede, at man med andre ord er i stand til på et indre plan at have repræsentationer på situationer og begreber.

En *observerbar repræsentation* er det konkrete sproglige udtryk for det mentale billede og repræsentationer, der er knyttet til den givne situation eller det givne begreb.

Matematik er i mange henseender et abstrakt fag, hvor evnen til at kunne skabe sig mentale repræsentationer - i form af forestillinger - er en forudsætning for at kunne tilegne sig faglige begreber og videre at kunne anvende dem funktionelt. Mange elever med vanskeligheder i matematik savner de forestillinger, der er præmissen for begrebstilegnelsen. Nogle elever behøver derfor at få støtte til at skabe sig disse forestillinger.

De elever, der besidder et veludviklet sprog relateret til den givne kontekst, har de bedste forudsætninger for at knytte lærerens forklaringer til deres egne forestillinger og billeder og dermed gode muligheder for læring, mens de elever med mindre sproglige forudsætninger ofte får store vanskeligheder med den grundlæggende begrebsudvikling, skriver Malmer (1998).

Det er vigtigt at skelne imellem, om ordene ikke knytter an til de forventede repræsentationer, eller om repræsentationen, der korresponderer med ordene, ikke er udviklet, skriver Nolte (2004).

Der kan være tale om en sproglig problemstilling, hvor der når læreren siger ”negativ” knyttes an til en hverdagsforståelse, eller at ordene er meningsløse på grund af vanskeligheder med sprogforståelsen. Der kan også være tale om, at eleven ikke har de forudsætninger, der skal til for at knytte ordene til meningsbærende erfaringer, hvorfor eleven får vanskeligt ved at relatere repræsentationer til hinanden og dermed muligheden for at danne mentale billeder på ”negative tal”?

De undervisningsmæssige overvejelser i forhold til de to problemstillinger vil være principielt forskellige. I den første situation vil det handle om at anvende forskellige materialer og anvisninger, der understøtter og visualiserer undervisningen. I den anden situation vil det dreje sig om at skabe de forudsætninger, der skal til for, at eleven kan deltage i undervisningen. Man skal dog være opmærksom på, at de undervisningsmæssige tiltag ikke nødvendigvis behøver at afvige fra hinanden.

At arbejde med mentale billeder

Et godt udgangspunkt for at styrke elevernes mentale billeddannelse er at tage udgangspunkt i, hvad man kunne kalde for mentalt arbejde. Eleverne skal prøve på det mentale plan at forestille sig situationer. Der er altså tale om aktiviteter som ikke umiddelbart kan omsættes til konkrete aktiviteter. Det kan fx handle om følgende opgaver:

- *”Luk øjnene og forestil dig et kvadrat af papir. Fold det på midten, så du nu har et rektangel. Fold papiret igen, så du nu har et kvadrat. Forestil dig, at du klipper langs den anden fold. Hvilken form vil papiret have, når du folder det ud?”*
- *”Hvilken form vil man få, hvis man tager et nyt kvadrat og folder langs diagonalerne?”*

Eller

- *”Forestil dig en terning. Forestil dig, at du skærer et hjørne af. Hvilken form har snitfladen?”*

En anden mulighed er at give eleverne mulighed for ved hjælp af for eksempel et tankekort at arbejde med mange forskellige udtryksformer, derved har alle elever mulighed for at træne og udtrykke sig i forskellige sproglige modaliteter, samtidig med at de giver udtryk for de forestillinger, de har om det matematiske tema, der skal arbejdes med.

Endnu en mulighed for at styrke elevernes mentale billeder på tal i forbindelse med de fire regningsarter er at arbejde med hovedregning (Öberg, 1990). Meget få elever anvender traditionelle standardalgoritmer når de regner i hovedet. Det er mere almindeligt at lægge hundreder sammen med hundreder, tiere sammen med tiere og enere sammen med enere. Gode mentale hovedregningsstrategier bygger på en forståelse af titalssystemet. Eleverne må på det indre plan kunne forestille sig hvordan forskellige tal kan kombineres.

Der er mange forskellige strategier eleverne kan bringe i anvendelse. For eksempel kan opgaven $52 + 34$ forestilles på følgende måder:

$50+30+2+4$ (tierne først); $52+30+4$ (det første tal først, derefter tierne); $52+4+30$ (det første tal først, derefter enerne); $34+50+2$, $34+2+50$ (det er lettere at lægge 50 til); $2+4=6$ og $5+3=8$ (”blyant-

og-papir-regning i hovedet”). Hovedregning lægger op til at eleverne anvender den form for strategier der kaldes ”thinking strategy solutions” (Ostad, 2001), da det er meget vanskeligt endsige umuligt at tælle sig frem til et resultat – prøv evt. selv med en opgave af ovenstående type. Hvad med $37 + 58$? Så for elever der tæller rigtigt for at finde frem til et resultat, kan hovedregning være en mulighed for at udfordre deres anvendelse af strategier.

Tosprogede elever, billeder og tænkning

Nyere forskning peger på at tosprogede elever ikke i samme grad som etsprogede elever danner billeder når de læser matematikopgaver indlejret i sproglige kontekster.

Et tema i nyere forskning (Engen og Kulbrandstad, 2002) har været at undersøge, om sprogene hos tosprogede fungerer afhængigt eller uafhængigt af hinanden. Der foreligger undersøgelser der understøtter hypoteser om fælles og separat lagring af sprogene. Nyere teorier søger derfor at koble både den separate og de indbyrdes forbundne aspekter ved den mentale repræsentation ved tosprogethed. Paivio og Desochers i Engen og Kulbrandstad, (2002) præsenterer følgende mulighed for et dualt kodningssystem.

- To separate verbale sprogsystemer, et for hvert af sprogene
- et separat ikke-sprogligt forestillingsystem, uafhængigt af de to sprogsystemer, hvor
- hvor det ikke-sproglige forestillingssystem fungerer som et fælles begrebssystem for de to sprog, men
- med stærke, direkte forbindelser mellem hvert af disse systemer.

Ovenstående duale kodningssystem kan sættes i relation til Cummins model om et underliggende kognitivt redskab for to sprog, som umiddelbart på overfladen er forskellige, men under overfladen flyder sammen, så de to sprog fungerer afhængigt af hinanden. Dette kognitive beredskab er ikke-sprogligt, men kan bidrage til abstrakt tænkning og problembehandling på begge sprog. Modellen lægger sig op af Vygotskys ræsonnement om at processerne i modersmålet såvel som andetsproget har en stor del til fælles. Nemlig at de på det indre eller mentale plan er forenede (Øzerk, 2006b). En hypotese kunne være at dette kognitive beredskab blandt andet kan knytte an til mentale billeder, hvilket kan få indflydelse på en didaktisk praksis i forhold til undervisning af tosprogede elever i matematik. Udgangspunktet ville da være, at tegninger kan fungere som det konkrete udtryk for en elevs mentale billede. Tegninger vil da kunne danne grundlaget for samtale om elevens mentale forestillinger, der kan verbaliseres, og som sprogliggjorte begreber, og dermed kan understøtte begge sprog hos tosprogede elever.

Her følger et eksempel på en samtale omkring en tegning af et gangestykke. Hensigten med opgaven er at eleverne skal tegne deres forståelse/mentale billede af hvad det vil sige at gange to tal med hinanden.

L: Nå, Laila kan du fortælle hvad du har gjort

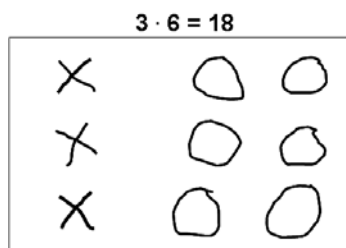
E: Ja, ser du. Jeg har tage 3 krydser og ganget med 6 boller

L: Ja, og ...

E: Det bli'r 18....

L: 18 hvad for noget?

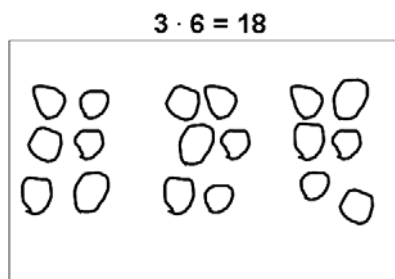
E: ja 18 af Jeg kommer igen lige om lidt!!



E: Nå, se nu. Nu er der 3 gange 6

L: Ja. Hvad mener du?

E: Der er 3 gange 6 boller. Der er 18 boller i alt. Sådan!



Da Laila får mulighed for at italesætte sin forståelse af, hvad det vil sige at gange to tal med hinanden, giver det hende mulighed for at reflektere over sin forståelse og udvikle den. Det kan udtrykkes på følgende måde: ”Når jeg siger, hvad jeg mener, finder jeg ud af, hvad jeg tænker”. Når eleverne udtrykker deres mentale billeder i tegning, giver det et godt udgangspunkt for en samtale om deres forståelser og dermed åbner det for at de skaber sig en ny indsigt..

Afrunding

Damasio (2001) skriver at pointen er, at billeder sandsynligvis er hovedindholdet i vore tanker, uanset hvilken sansemodalitet de er genereret i, og hvad enten det handler om ting eller processer. Hvis sproget ikke giver eleverne mulighed for at danne og fastholde viden som blandt andet mentale billeder. Kamil Øzerk formulerer det på følgende måde: ” Vi er nødt til at kunne beherske et indhold, en substans, et lærestof for at kunne sætte ord på det. En vigtig pointe i denne sammenhæng er ideen om, at menneskers sproglige udvikling hænger nøje sammen med deres udvikling af viden og deres begrebsmæssige udvikling. Det vil sige, at indholdslæring og sproglig udvikling er knyttet nøje sammen” (Øzerk, 2006a).

Litteratur

- Baker, C. (1996). *Foundations of bilingual education and bilingualism* (2nd ed.). Philadelphia: Multilingual Matters Ltd.
- Emanuelsson, G., (1995). Språk, symboler og uttryksformer. *Nämneren*,22(2), s.2-3.
- Engen, T.O. & Kulbrandstad, L.A., (2002). *Tospråklighet og minoritetsundervisning*. Oslo: Gyldendal.
- Damasio, A., (2001). *Descartes fejltagelse*. København: Hans Reitzels Forlag.
- Nolte, M. (2004): *Language Reception and Dyscalculia*. I A. Engström, (ed.), *Democracy and Participation a Challenge for Special Needs Education in Mathematics*. Reports from Department of Education, Örebro University, 7, Västra Frölunda.
- Sterner G., I. Lundberg (2002). *Läs och skrivsvårigheter och lärande i matematik*. Göteborg: NCM-Rapport 2002:2. Göteborg universitet.
- Öberg, U. (1990). *Konsten at se metoden och utveckla tankeformer i hovudräkning*. Notat, Lärarhögskolan i Malmö.
- Øzerk, K.Z. (2006a): Forskellige sprogopfattelser, begrebskategorier og et undervisningsteoretisk perspektiv på den faglige læring i skolen. I Bråten, I. (red.), *Vygotsky i pædagogikken*. København: Frydenlund.
- Øzerk, K.Z. (2006b). Vygotsky i forskningen af tosprogethed. I Bråten, I. (red.), *Vygotsky i pædagogikken*, København: Frydenlund.

Aktivitetskalender 2008

DATO	AKTIVITET	STED
5. juni 2008	Nordisk seminar Brobygning mellem lærere og forskere	Vox, Olaf Helsets vei 5b, Oslo Se side 5
30. juni – 2. Juli 2008	ALM conference 2008 A Declaration of Numeracy: Empowering Adults through Mathematics Education	Philadelphia, Pennsylvania, USA http://www.alm-online.net/
6. – 13. juli 2008.	ICME 11 11th International Congress on Mathematical Education	Monterrey, Mexico http://icme11.org/
17. – 21. juli 2008	PME32 Mathematical Ideas: History, Education and Cognition	Morelia, Michoacán – Mexico http://www.pme32-na30.org.mx/annou.htm
24. – 28. juli 2008	the 11th Annual Bridges Conference Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture	Leeuwarden, Holland http://www.bridgesmathart.org/2008/2008.html
4. – 7. august 2008	Matematik – nye mål Danmarks Matematiklærerforenings sommerkursus 2008	Brandbjerg Højskole http://www.matematik.ffw.dk/
08.-11. august 2008	Lamis Sommerkursus Abelske spirer – matematik fra universitet til barnehage	Sandnes, Norge http://www.lamis.no/lamis/main/?cat=sommerkurs&sub=Framsider&id=5
18.-24. august 2008	Yess-4 The fourth YERME Summer School	Karadeniz Technical University, Tyrkiet http://yess4.ktu.edu.tr/index.html
11. – 12. september 2008	SMEC Sciences serving science: Cross-disciplinary issues in Mathematics & Science Education	Dublin, Irland http://www.dcu.ie/smec/2008/index.shtml
11. – 13. september 2008	4th European workshop on Mathematical & Scientific e-Contents	Tronhjem, Norge http://www.ntnu.no/delta/workshop/
22. – 26. september 2008	Time 2008 Technology and its Integration into Mathematics Education	Tshwane University of Technology, Sydafrika http://time.tut.ac.za/
15. – 16. Januar 2009	FMD- Januarkonference	Nyborg
27. januar – 1. februar 2009	CERME 6	University Lyon 1 (France)

red.: Lotte.Skinnebach lihs@ucl.dk

Ansvarshavende for nyhedsbrevet er forums formand Lisser Rye Ejersbo, Learning Lab Denmark (LLD/DPU), Aarhus Universitet, Tuborgvej 164, 2400 København NV, 8888 9924 - lr@dpu.dk

Redaktør er Tine Wedege, Lärartutbildningen, Malmö Högskola, tine.wedega@mah.se

Indlæg, boganmeldelser, omtale af konferencer m.v. er velkomne (Word- eller RTF-format uden særlig opsætning - det ordner redaktionen). **Deadline til nr. 12.3:** 1. september 2008

ISSN 1603-6417